

*Prof. Angelo Serafino Caruso, Docente di Meccanica, Macchine ed Energia
nell' Istituto Tecnico Industriale "E. Majorana" di Rossano*

*Le mie lezioni:
L'Idraulica (5/3[^])*

Idrostatica e Idrodinamica

I moti dell'acqua

Conservazione della Massa e dell'Energia, Equazione di Continuità

Conservazione dell'Energia, Fluidodinamica

Teorema di Bernulli e Formula di Torricelli

L'Idraulica studia i liquidi e si divide in Idrostatica e Idrodinamica

Idrostatica.

I tre principi basilari:

1) Principio di Pascal (XVII sec.): "La pressione esercitata sulla superficie di un liquido in quiete si trasmette con la stessa intensità in ogni punto del liquido e in tutte le direzioni" oppure "

La pressione esercitata su una massa immersa in un fluido assume un unico valore, costante su ogni punto della massa immersa".

2) Principio dei vasi comunicanti è conseguenza della Legge di Stevino (XVI sec.) che vedremo in seguito: "Un liquido nei vasi comunicanti si dispone allo stesso livello in tutti i vasi".

3) Principio di Archimede (287-212 a. C.): "Un corpo immerso in un liquido riceve una spinta verso l'alto uguale al peso del liquido spostato".

... alcuni presupposti.

I liquidi considerati sono sostanze ideali e perfette, il liquido perfetto ha:

Manca di attrito tra le molecole (non c'è perdita di energia durante il moto); Non ci sono dilatazioni per aumenti di temperatura;

Il liquido è incomprimibile.

Le masse fluide sono: Continue (priva di rotture, interruzioni ecc.),

Omogenee (medesima composizione),

Isotrope (proprietà identiche in tutte le direzioni).

Massa Volumica: $\rho(\text{ro}) = m/v$ (massa/volume) $[\text{kg}/\text{m}^3]$

Densità: Rapporto tra masse volumiche a confronto per cui è una grandezza adimensionale, per l'acqua distillata = 1.

Peso Volumico o Specifico: $\gamma(\text{gamma}) = P/v = mg/v = \rho \times g$ $[\text{N}/\text{m}^3]$

Pressione: F/S (forza x spostamento) $[\text{Pa} = \text{N}/\text{m}^2]$ (1 bar = 100.000 Pa)

$$p_{\text{assoluta}} = p_{\text{effettiva}} + p_{\text{atmosferica}}$$

La *peffettiva* è quella valutata senza la pressione atmosferica

Attenzione: In uno pneumatico sgonfio, quando il manometro segna zero, non vuol dire che dentro c'è il vuoto ma che non c'è differenza di pressione tra l'interno e l'esterno, o meglio che la pressione atmosferica agisce contemporaneamente sia sul manometro che sul pneumatico.



Pascal, spiegava il suo principio con l'esempio della botte piena d'acqua che s'infrange se un tubo sottile e sufficientemente lungo (10,33 m), inserito in essa, venisse riempito d'acqua.

Infatti, nonostante l'esigua aggiunta d'acqua, la pressione nella botte aumenta fino a romperla perché è come se la colonna d'acqua avesse una sezione pari alla larghezza della botte stessa.

Pressione o Spinta Idrostatica

Il mare si mantiene aderente alla crosta terrestre grazie alla forza di gravità che agisce allo stesso modo in tutti i punti del globo.

In effetti il mare si considera come una superficie orizzontale piana detta "pelo libero".

La pressione sul pelo libero sarà: $p = p_a + p_{idrostatica}$

La pressione idrostatica cresce proporzionalmente alla profondità "h" e dipende dalla massa volumica (ρ) o dal peso volumico (γ):

$$p_i = \rho(\rho) \times g \times h = \gamma(\gamma) \times h$$

(Attenzione a immergersi oltre i 10 m di profondità!)

$$p = 1000 [\text{kg}/\text{m}^3] \times 9,8 [\text{N}/\text{kg}] \times 10 \text{ m} = 98000 [\text{N}/\text{m}^2] = 9,8 \times 10.000 [\text{Pa}] = 0,98 \text{ bar} \sim 1 \text{ Atm}$$

Stevino la chiama pressione fluidostatica e ne fa la sua Legge:

$$h = p_i / \rho \times g$$

che deriva da:

$$p = F/S = mg/S = \rho g V/S = \rho g (h \times S)/S = \rho g h$$

che è anche = γ (gamma) x h

ciò dimostra, visto che le "S" (superfici) si elidono,

che la pressione NON dipende dalla superficie.

Se riferita ad un tubo aperto superiormente e contenente un liquido soggetto alla pressione "p" il livello si alzerà fino a "h"

detta anche altezza piezometrica.

La legge di Stevino dice che la pressione esercitata da un liquido aumenta con la profondità.

Il principio di Pascal afferma che la pressione si trasmette sulle pareti in modo uniforme e perpendicolari ad esse.

Quindi, più si va in profondità e più le forze sono intense.

(Lo spessore dei muri delle dighe aumenta sempre più verso il fondo).

Il torchio idraulico è un'altra applicazione del Principio di Pascal:

Una forza F_1 agisce su un pistone di area A_1 ,

la pressione trasmessa dal liquido all'interno del torchio sul pistone A_2 di area più grande, genera, a sua volta, una forza $F_2 >$ di F_1 .

$$p_1 = p_2 = F_1/A_1 = F_2/A_2 \gg F_1 = (A_1/A_2) \times F_2$$

La Pressione Idrostatica

$$p_i = \rho \times g \times h$$

È analoga alla formula dell'Energia Potenziale (Dinamica, n. 12)

$$E_p = m \times g \times h$$

Con altre parole "la pressione idrostatica è l'energia che spinge verso l'alto una colonna di fluido con massa volumica fino all'altezza h vincendo la forza di gravità"

Idrodinamica

Studia il moto dei liquidi in generale, dell'acqua in particolare.

il moto è dovuto alla gravità ed è caratterizzato

dalla portata volumetrica o massica e dalla velocità.

La portata è la quantità di liquido che attraversa una certa sezione normale alla corrente dell'unità di tempo.

Infatti, il liquido che attraversa una sezione n.1, dopo un certo

tempo si troverà nella sezione n.2 avendo percorso uno spazio $S=Vt$,

il volume di liquido passato tra le due sezioni di area A

sarà $V_{liq.} = A \times Vt$ e, siccome,

"la portata volumica è il volume di liquido che attraversa la sezione nell'unità di tempo", si ha:

$$Q_v = V_{liq.} / t = A \times Vt / t = A \times V \quad [m^3/sec]$$

La portata massica,

invece, è il rapporto tra la massa che transita, in un condotto,

in un tempo ben definito $Q_m = m/t$ [kg/sec]

e ricordando che $\rho(ro) = m/v$, si avrà $Q_m = \rho \cdot Q_v$

da cui la portata in peso $Q_p = Q_m \times g$ [N/sec]

7 moti dell'acqua

Moto variabile: Quando la pressione e la velocità del liquido varia col tempo.

Ad esempio, lo svuotamento di un recipiente: Per la legge di Stevino la pressione (=peso volumico $\times h$), decresce insieme all'altezza del liquido.

La portata e la velocità di efflusso si riducono, si evidenzia che la spinta, forza motrice, del flusso di liquido che esce dal recipiente pone la massa liquida in moto variabile e diminuisce.

Moto permanente o stazionario: Se il recipiente dell'esempio precedente viene alimentato da un flusso d'acqua che riversi la stessa quantità in uscita

il livello "h" dell'acqua non cambia e la portata si mantiene costante.

Le condizioni di uguaglianza dell'acqua che entra e che esce rende la portata costante nel tempo ma restano costanti anche la pressione, la velocità di efflusso e le accelerazioni che restano funzione del luogo.

Perciò il moto di un fiume o di un canale è permanente o stazionario.

In idraulica, in realtà, i moti sono tutti variabili ma in pratica, per semplificare i calcoli, si ricorre spesso al concetto di moto permanente/stazionario perché le variazioni di velocità e di traiettoria sono in effetti trascurabili.

Moto uniforme: Quando in ogni punto della corrente il liquido ha velocità costante e le traiettorie sono linee parallele e rettilinee.

Conservazione della Massa e Equazione di Continuità

Una stessa quantità d'acqua entrante in un tubo, aventi parete rigide e prive di attrito, si ritrova all'uscita, indipendentemente dalla lunghezza del tubo.

L'uguaglianza tra la portata entrante ed uscente vale nonostante la variazione della forma del tubo e della sezione e resta immutata anche se la sezione della condotta varia.

Per la conservazione della massa, quindi, la portata volumetrica, deve essere costante in ingresso e in uscita, ne consegue

l'equazione di continuità: $Q_v = A_1 \times V_1 = A_2 \times V_2$ da cui segue,

$A_1/A_2 = V_2/V_1$, cioè che: in una corrente a regime permanente la velocità del liquido è inversamente proporzionale all'area della sezione.

L'esempio banale è quando usiamo una pompa flessibile da giardinaggio, quando si schiaccia l'estremità (riduzione di sezione), l'acqua zampilla più forte (aumento di velocità).

Conservazione dell'Energia, Fluidodinamica

Le macchine a fluido si basano, appunto, sulla fluidodinamica che ne studia il funzionamento e i metodi di progettazione.

Estendiamo il Principio di Conservazione dell'Energia già introdotto

(Dinamica, n. 14) ai liquidi in pressione:

$$\text{Energia Cinetica: } E_c = \frac{1}{2} m V^2 \quad [Nm=j]$$

$$\text{Energia potenziale: } E_p = m \times g \times h \quad [Nm=j]$$

inserendo l'altezza di Stevino, diventa $mg(\rho/\rho g)$ e per $\gamma(\text{gamma}) = \rho \times g$ (peso specifico o volumico

segue, Energia di Pressione: $E_p = m \times g \times (\rho/\gamma) \quad [Nm=j]$

$$\text{Quindi: } E_c + E_p + E_p = \text{Costante}$$

Teorema di Bernulli

Il principio di conservazione dell'energia si evolve in Teorema di Bernoulli, famiglia di quattro fratelli tutti geni e scienziati (XVII sec.).

Un liquido ideale, in regime permanente, scorre in una condotta, anch'essa ideale, inclinata verso il basso con saracinesca "chiusa" a valle, e alimentata da un serbatoio.

Supponiamo che il tratto della condotta sia collegato, in due punti scelti a caso A e B, da due tubi verticali "piezometri" di altezza superiore al "pelo libero" dell'acqua contenuta nel serbatoio.

L'altezza tra il pelo libero e il terreno è di altezza "H".

Per il teorema dei vasi comunicanti il pelo libero dell'acqua si disporrà alla stessa altezza nei piezometri e per il principio di conservazione dell'energia, il Teorema di Bernulli sarà:

$$E_{pA} + E_{PA} = E_{pB} + E_{PB} = Cost$$

Sostituendo i valori:

$$mgh_A + mg(p_A/\gamma) = mgh_B + mg(p_B/\gamma) = H = Cost$$

$$mg(h_A + p_A/\gamma) = mg(h_B + p_B/\gamma) = H = Cost$$

Con riferimento all'unità di massa e considerato che la forza di gravità agisce su tutto il sistema non squilibrandolo, si può ignorare.

Da qui l'Equazione di Bernoulli, fondamentale per la idrodinamica:

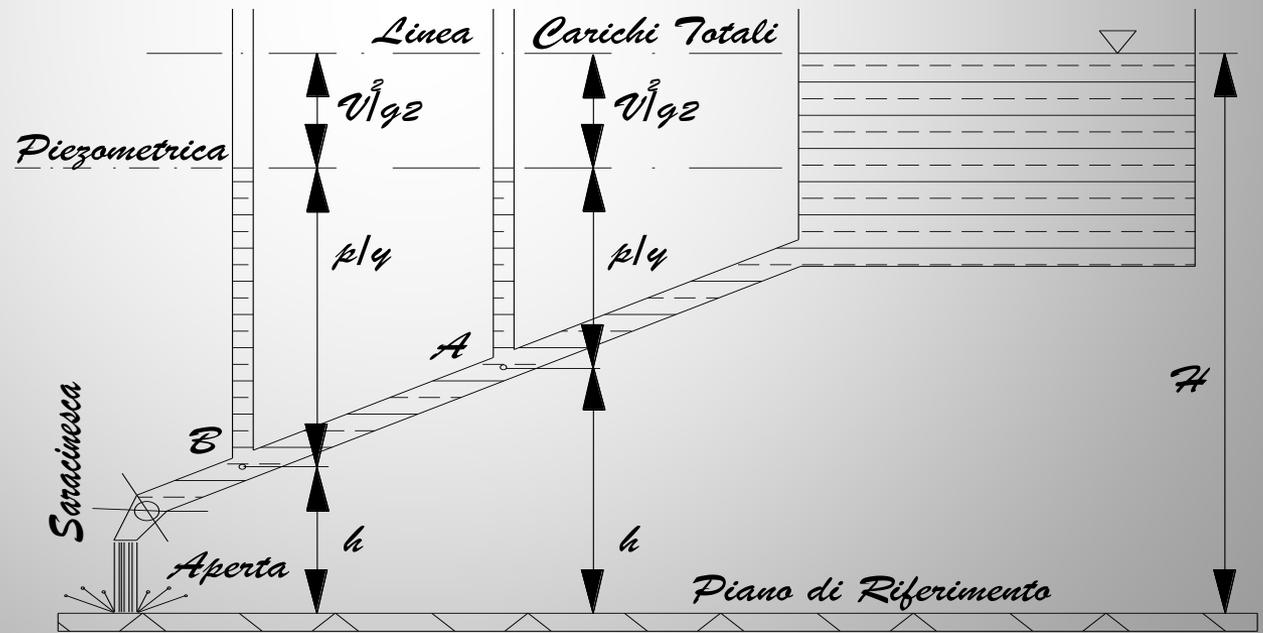
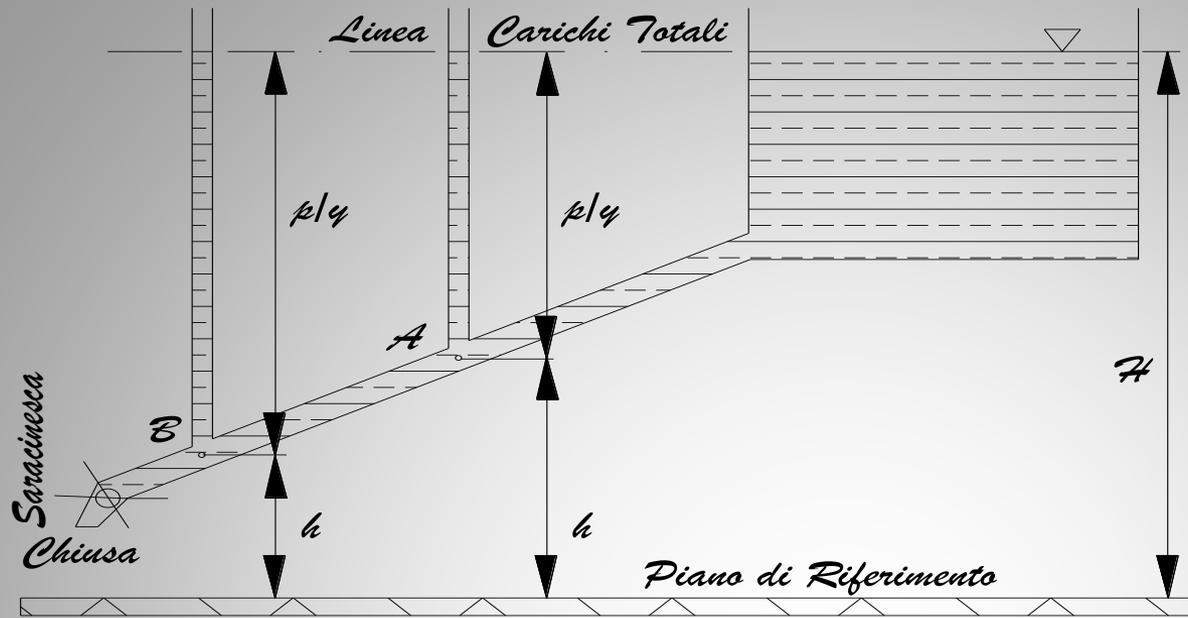
$$h_A + p_A/\gamma = h_B + p_B/\gamma = H = Cost$$

Quando la quota h diminuisce, l'altro termine p/γ deve aumentare della stessa quantità per conservare l'altezza H

Nel caso in cui si "apre" la saracinesca l'acqua scorre con la velocità tipica del moto permanente e l'Equazione diventa:

$$h_A + p_A/\gamma + V_A^2/2g = h_B + p_B/\gamma + V_B^2/2g = H = Cost$$

è evidente l'apparizione del nuovo termine che è l'energia cinetica.



La somma dei tre termini si definisce anche *carico idraulico totale* e i termini rappresentano tre altezze: *Geodetica, Piezometrica e Cinetica*. Con la comparsa dell'energia cinetica, procurata dall'apertura della saracinesca e la messa in moto dell'acqua, si ha un abbassamento dell'altezza piezometrica che fa acquistare velocità all'acqua a spese dell'energia di pressione.

Le quota h e H non possono variare perché sono legate alla posizione.

Nei piezometri il pelo libero si abbassa del carico cinetico rispetto al liquido in quiete. Essi rilevano la *Pressione Relativa*, come un manometro. Lo sviluppo geometrico della condotta non ha nessuna influenza sul carico idraulico totale (prescindendo, ovviamente dagli attriti della superficie interna della condotta, dai restringimenti ecc.) e, infine, il serbatoio deve essere abbastanza ampio da non consentire l'abbassamento del pelo libero e ciò è reale se pensiamo ad un lago.

Formula di Torricelli

Se applichiamo l'Equazione di Bernoulli al serbatoio dell'esperienza precedente da cui smontiamo la condotta lasciando aperto il foro d'efflusso alla base affinché l'acqua esca con velocità "Ve" e consideriamo che la velocità dell'acqua "Vp=0" sul pelo libero del serbatoio si avrebbe:

$$h_p + V_p^2/2g = h_e + V_e^2/2g = \text{cost}$$

$$h_p - h_e = V_e^2/2g \gg h = V_e^2/2g \text{ da cui: } V_e = \sqrt{2gh}$$

Abbiamo supposto che la pressione, sul pelo libero è uguale a quella atmosferica così come anche sulla bocca d'efflusso, per cui l'energia di pressione si annulla, si è fissato anche $h = h_p - h_e$



A questo risultato Torricelli c'era già arrivato studiando il moto rettilineo uniformemente accelerato (cinematica, n. 6).

Il moto nei tubi con sezione variabili come nel Tubo di Venturi e altri casi di fluidi in condotta si approcciano con l'equazione di continuità, di conservazione dell'energia, di Bernoulli e Torricelli.