

*Prof. Angelo Serafino Caruso, Docente di Meccanica, Macchine ed Energia  
Istituto Tecnico Industriale "E. Majorana" – Rossano (CS)*

*Le mie lezioni: Meccanismo*

*Biella-Manovella (2/5<sup>^</sup>)*

*Cinematica Biella-Manovella*

*Pressione sul Pistone e Momento Motore*

*La Posizione di Quadratura*

*Forze Esterne sul Manovellismo Biella-Manovella*

*Forza d'Inerzia Alterna*

*Forza d'Inerzia Centrifuga*

*Il Momento Motore*

*Dimensionamento della Biella e della Manovella*

*Dimensionamento del Volano e Verifica alla Forza Centrifuga*

## Sistema Biella-Manovella

È detto anche manovellismo di spinta rotativo è molto usato per le macchine motrici (motori endotermici, a vapore ed idraulici), operatrici (pompe e compressori) e nelle macchine utensili (seghe, punzonatrici, ecc.).

Trasforma il moto rettilineo alternativo in moto rotatorio e viceversa.

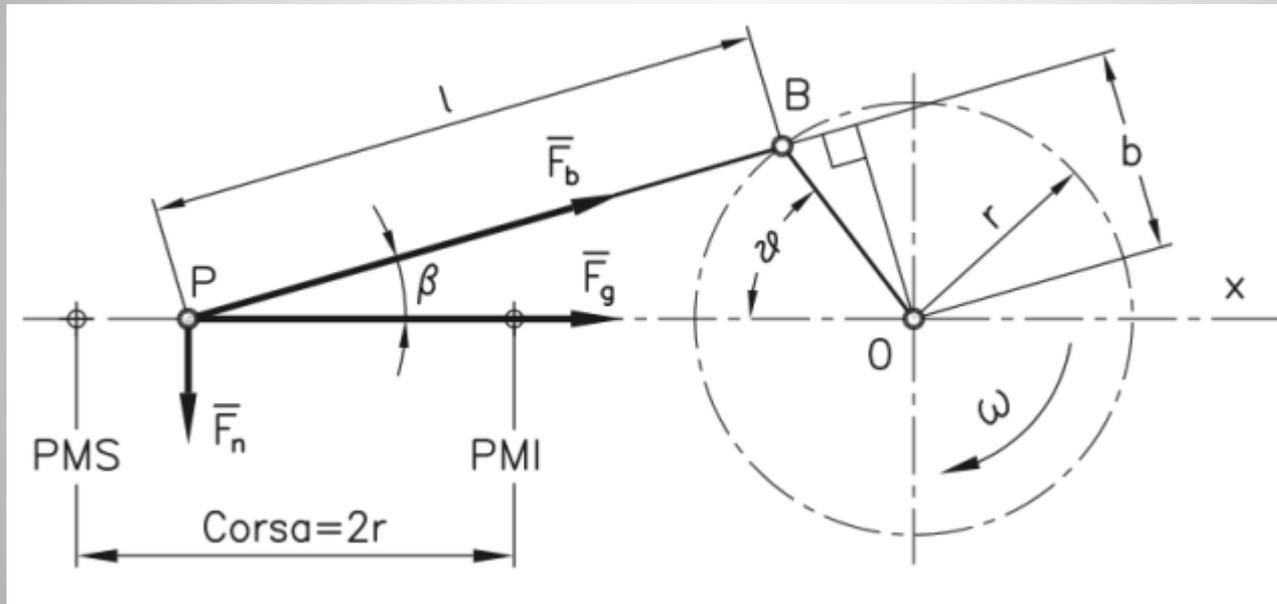


Figura  
Tratta da Hoepli,  
Testo Scolastico  
Adottato

- L'asse dell'albero motore (albero a gomito) è nel punto "O";
- Il punto "P" è il Piede della Biella ( $PB=l$ ) su cui è montato il pistone o stantuffo che mantiene, lungo l'asse  $PO$ , un moto rettilineo alternativo all'interno del cilindro;

- Il Punto Morto Superiore (PMS)

è raggiunto dal piede del pistone al massimo della Corsa;

- Il Punto Morto Inferiore (PMI)

è raggiunto dal piede del pistone al minimo della Corsa;

- Il punto "B", Bottone di Manovella o testa di Biella,

è in moto circolare uniforme con Velocità Angolare " $\omega$ " e centro in O,

montato sul Perno della Biella;

- OB " $r$ " è il raggio della Manovella.

### Cinematica Biella-Manovella

Lo studio della velocità è dell'accelerazione del piede della biella "P" inizia con il definire:

- L'angolo " $\beta$ " e l'angolo " $\delta$ ", come in figura, essi assumono il valore zero quando il piede è al PMS e la biella e la manovella sono allineate con l'asse x dal quale si diparte l'angolo " $\delta$ " corrispondente allo spostamento angolare della manovella ( $\delta = \omega t$ );
- Lo spostamento "X" misurato sull'asse x dal PMS al punto "P";

- La Frequenza di Rotazione " $n$ " [g/m] di valore costante:

- La Velocità Angolare,  $\omega = 2\pi n / 60$  [rad/s]

( $V = \omega r$ , velocità periferica o tangenziale, *Cinematica, n. 9*),

che è legata ad " $n$ " e si esprime anche come  $\omega = d\theta / dt$

(derivata dell'angolo rispetto al tempo);

- La Corsa " $C = 2r$ ";

- La Lunghezza Ridotta della Biella " $\lambda = r/l$ ."

S'impone al bottone di manovella il moto circolare uniforme, corrispondente al moto rettilineo vario del piede della biella, per cui per determinare velocità e accelerazione si deve stabilire una relazione tra gli spostamenti del punto " $P$ " e gli spostamenti angolari della manovella.

Si tralascia il procedimento matematico che i più volenterosi possono consultare su qualunque testo specifico e riportiamo solo i risultati finali.

Distanza "X" percorsa dal piede della biella rispetto al PMS

In funzione dello spostamento angolare della manovella ( $\vartheta = \omega t$ )

$$X = r(1 - \cos \vartheta) + l(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \vartheta})$$

le "[ ]" = tutto sotto radice

Nel caso in cui  $\lambda = 0$  (caso ideale in cui  $l = \infty$ )

si ha  $X = r(1 - \cos \vartheta)$

Lo spostamento "X" risulta maggiore del raggio di manovella e per una rotazione di  $90^\circ$  della manovella, il piede di biella ha compiuto un tratto maggiore di metà corsa, per cui ha impiegato un tempo minore per completare la restante metà.

Insomma, la velocità del piede della biella non è uniforme.

La velocità istantanea " $v_p$ " del piede della biella si ottiene facendo la derivata dello spostamento "X" rispetto al tempo e passando dalla variabile tempo alla variabile angolo

$$v_p = dX/dt = dX/d\vartheta \times d\vartheta/dt = \omega dX/d\vartheta$$

$$v_p = \omega r [\sin\vartheta + \lambda(\sin 2\vartheta/2)]$$

per  $\lambda=0$  si ha:  $v_p = \omega r \sin\vartheta$

da cui la velocità media del piede della biella si ottiene, considerando che ad ogni giro di manovella il piede di biella percorre uno spazio uguale a due volte la corsa  $v_m = 2 C n/60 = C n/30$  [m/s],

esprimendo la Corsa in mm si ha  $v_m = C n/30.000$

Derivando la formula della velocità istantanea " $v_p$ " rispetto al tempo si ha l'accelerazione del piede della biella

$$a_p = dv_p/dt = \omega^2 r (\cos\vartheta + \lambda \cos 2\vartheta)$$

e per  $\lambda=0$  si ha:  $a_p = \omega^2 r \cos\vartheta$

Ma nel PMS la  $v_p=0$  e  $a_p=\omega^2 r (1+\lambda)$

e nel PM9 la  $v_p=0$  e  $a_p=-\omega^2 r (1-\lambda)$

Dalle formule si capisce che l'accelerazione del piede della biella risulta differente a seconda che sia valutata al PMS o al PM9.

Il massimo si ha al PMS dove, anche, le forze d'inerzia sono massime.

Se si pone,  $\vartheta=\omega t$  (pulsazione), si avrà,  $a_p = \omega^2 r (\cos \omega t + \lambda \cos 2\omega t)$ ,  
in parentesi si hanno le due funzioni periodiche.

La prima (1), con pulsazione  $\omega$ , ha ampiezza pari a  $\omega^2 r \cos \omega t$   
ed è detta componente armonica fondamentale o accelerazione del primo ordine.

La seconda (2), ha pulsazione doppia rispetto alla prima.  $2\omega$ ,  
e ampiezza minore pari a  $\omega^2 r \lambda \cos 2\omega t$ , è detta componente armonica del  
secondo ordine o accelerazione del secondo ordine.

La risultante, (3)=(1)+(2), è una sinusoide somma delle due, come in figura.

La componente fondamentale (1) ha pulsazione pari alla velocità angolare, pertanto compie un'onda completa (da  $0^\circ$  a  $360^\circ$ ) nello stesso tempo in cui la manovella effettua un giro completo ( $0^\circ$ - $360^\circ$ ) e il piede della biella compie due corse complete ( $0^\circ$ - $180^\circ$ | $180^\circ$ - $360^\circ$ ).

La componente del secondo ordine (2) compie, nel frattempo, due onde complete ( $0^\circ$ - $180^\circ$ | $180^\circ$ - $360^\circ$ ).

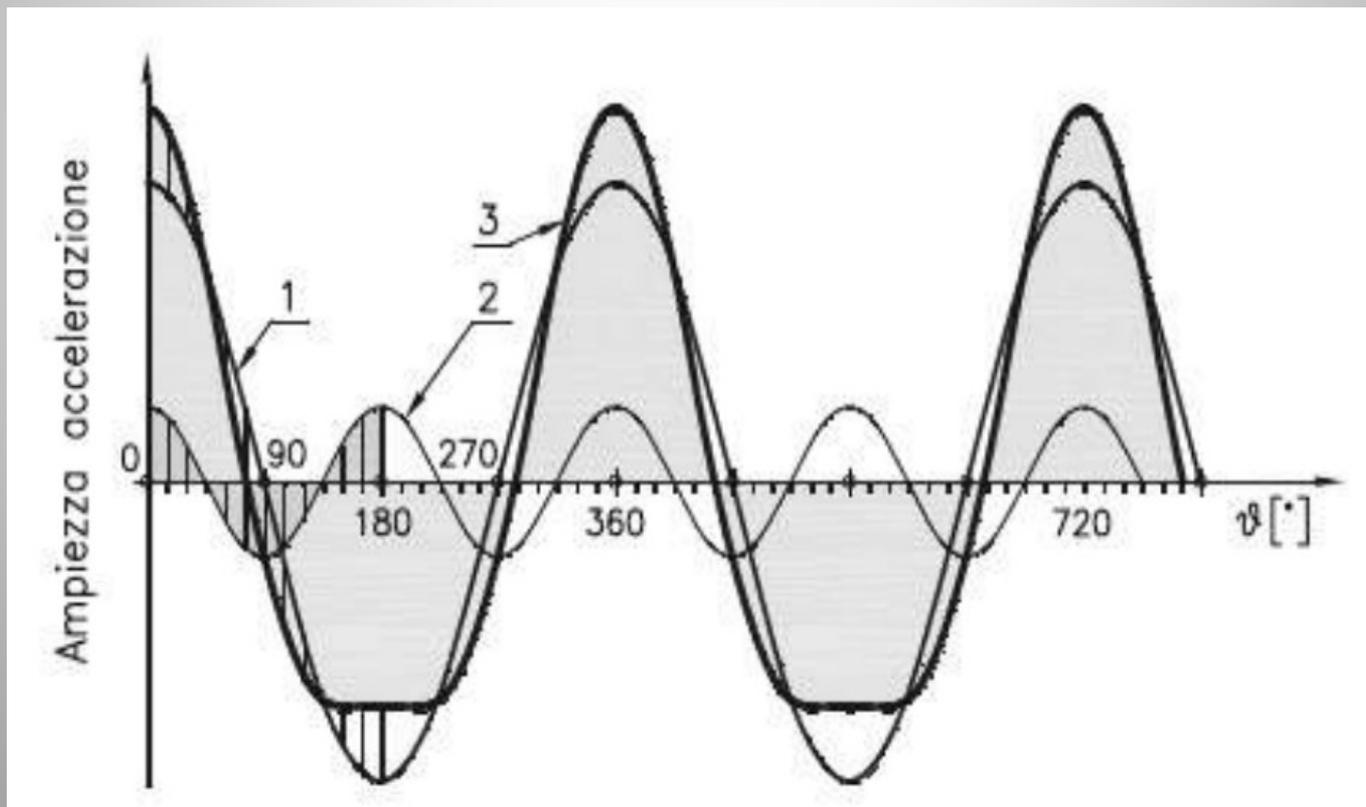


Figura  
Tratta da  
Hoeppli,  
Testo  
Scolastico  
Adottato

## Pressione sul Pistone e Momento Motore

Nelle macchine motrici, i gas esercitano sul pistone un'azione lungo la biella che trasmette, tramite la manovella, il momento motore all'albero a gomiti.

Nelle macchine operatrici avviene il contrario.

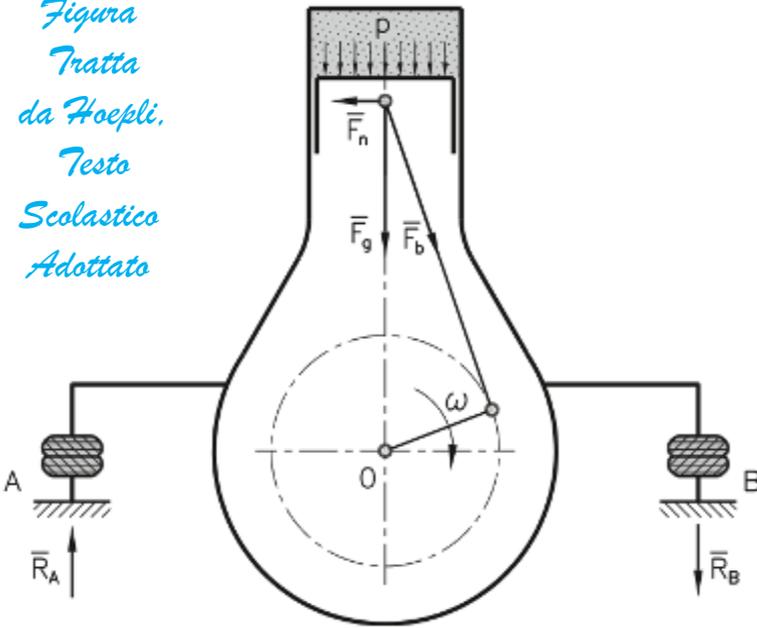
Dalla prima figura (Esposizione, n.2) si ha, per i motori endotermici alternativi, che la pressione dei gas in combustione agenti sull'area del cilindro (alesaggio) dà:

$$F_g = p(\pi A^2 / 4)$$

Essa si scompone nella componente  $F_b = F_g \cos \beta$  lungo la biella, generando il momento torcente sull'albero con asse in "O":  $M_t = F_b l$ .  
esso rappresenta provvisoriamente il momento motore.

L'altra componente è la  $F_n = F_g \sin \beta$ , in direzione perpendicolare alla corsa, che si scarica sul basamento e da esso sul telaio del veicolo. Ciò è verificabile dal rollio, propagatosi sul veicolo con lo scuotimento. Durante l'accelerazione, la pressione nello stantuffo, le forze e i momenti

Figura  
Tratta  
da Hoepli,  
Testo  
Scolastico  
Adottato



## La Posizione di Quadratura.

cambiano ciclicamente e continuamente dando origine a fenomeni transitori che, se sottovalutati, portano in risonanza, pericolosamente, tutto il sistema.

Il massimo valore si raggiunge nella posizione detta di **Quadratura**, quando la

biella e la manovella formano un

angolo retto, cioè quando sono perpendicolare tra loro, prima della metà corsa e quando l'angolo  $\beta$  raggiunge il suo massimo.

La  $F_n$  si scarica tramite organi elastici di supporto e origina una Coppia di Rovesciamento data da  $R_A$  e  $R_B$ .

Essa, agisce localmente anche tra il pistone e il cilindro, originando attrito ( $fF_n$ ) tra la coppia prismatica (Meccanismi, n.3) con un leggero assorbimento del lavoro disponibile.

## Forze Esterne sul Manovellismo Biella-Manovella

Esso, è soggetto, contemporaneamente,

a) alle Forze Esterne, che agiscono sul piede della biella o sull'asse di rotazione della manovella,

b) alla Forza d'Inerzia " $F_i = -ma$ " e

c) alla Forza Centrifuga " $F_c = mv^2/r$ "

che si muovono di moto alternato.

Il piede della biella e gli organi ad esso collegati (pistone e quant'altro) sono soggetti a forze d'inerzia alterne, la testa della biella e la manovella sono soggette alla forza centrifuga e si muovono di moto rotatorio.

La massa del fusto della biella, per un terzo (1/3) si può considerare conglobata con la testa della biella (o anche Bottone di manovella, punto B) e gli altri due terzi (2/3) con il piede della biella (punto P).

## Forza d'Inerzia Alternata: $F_i = -m_p a_p$

Principio D'Alembert (Dinamica, n.5), con  $m_p$ , massa applicata al piede della biella. Questa è la Forza Alternata d'Inerzia che ha lo stesso andamento di  $a_p$ . La direzione è costante, alterna nel verso e periodica nell'ampiezza.

Il segno negativo indica che si oppone alla variazione del moto, infatti, il pistone decelera all'avvicinarsi del PMS per arrestarsi.

È ora che entra in gioco la forza d'inerzia che mette in trazione la biella opponendosi alla decelerazione e ciò avviene anche nella corsa di allontanamento dal PMS, che in questo caso accelera, quindi,

$$F_i = -m_p \omega^2 r (\cos \omega t + \lambda \cos 2\omega t) \text{ che}$$

agisce in contrapposizione a  $F_g$  replicando il diagramma visto (Esposizione, n.8).

Con le stesse considerazioni, " $m_p \omega^2 r \cos \omega t$ " è la forza alterna d'Inerzia del 1° Ordine, e " $m_p \omega^2 r \lambda \cos 2\omega t$ ", è la forza alterna d'Inerzia del 2° Ordine.

*Forza d'Inerzia Centrifuga:  $F_c = m\omega^2 r$*

*È diretta secondo il raggio di manovella, ha intensità costante e direzione variabile.*

*In "m" si considera concentrata la massa degli organi rotanti:*

*La massa della testa della biella (bottone di manovella) della manovella e di un terzo (1/3) del fusto della biella.*

*Siccome il baricentro della manovella è distante dal bottone (punto B), dove dovrebbe essere applicata la forza centrifuga, si considera per m il valore fittizio  $m_f = m \cdot r_1/r$*

*( $r_1$  è la distanza del baricentro della manovella dall'asse di rotazione)*

*La linea di azione della  $F_c$  è costantemente coincidente con la direzione della manovella per cui la Forza d'Inerzia Centrifuga non ha nessuna influenza sul Momento Motore.*

## Il Momento Motore

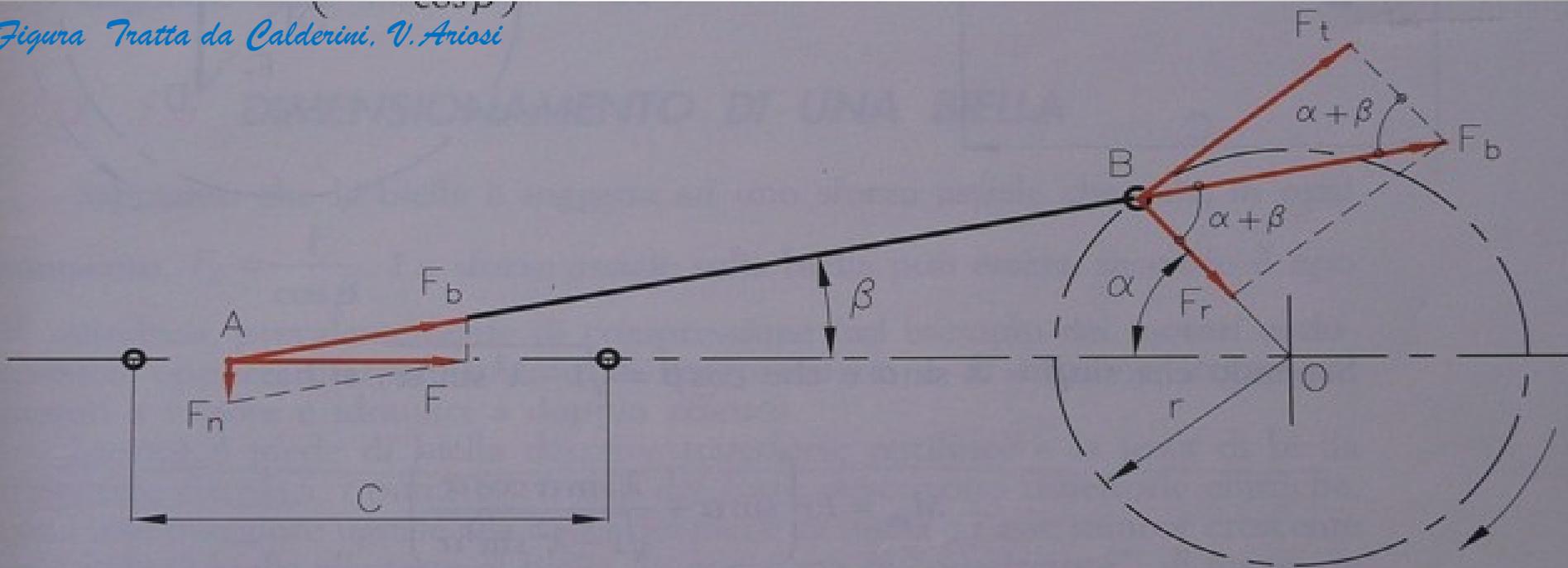
Riprendendo la  $F_b$ , e trasciniamola lungo la biella fino alla testa o al bottone di manovella, si scompone nella componente diretta lungo il raggio di manovella  $F_r = F_b \cos(\alpha + \beta)$ ,

sollecitandola, ma senza produrre effetti utili per il movimento.

L'altra componente  $F_t = F_b \sin(\alpha + \beta)$

è tangente alla circonferenza descritta dal bottone di manovella

Figura Tratta da Calderini, V. Ariosi



e sollecita la manovella a flessione determinandone il moto di rotazione

$$F_t = F_b \sin(\alpha + \beta) \quad \text{e inserendo } F_b = F_g / \cos \beta \quad (\text{Esposizione, n. 9})$$

$$\text{con } F_g = F \text{ si ha che } F_t = F \sin(\alpha + \beta) / \cos \beta$$

da cui il Momento Motore :

$$M_m = F_t r \quad \text{e, omettendo lo sviluppo dei passaggi matematici,}$$

$$M_m = F \times r (\sin \alpha + \lambda \sin 2\alpha / 2)$$

Il momento motore istantaneo, quindi, si esprime in funzione dell'angolo di manovella " $\alpha$ " e della " $F$ " che è la pressione dei gas in combustione agenti sull'area del cilindro  $p(\pi A^2 / 4)$ .

Infine, il momento è nullo quando il pistone è nei punti morti ( $\alpha = 0$  o a  $180$ ) e quando è nulla la risultante della spinta del fluido ( $F_g$  o  $F$ ) + la forza d'inerzia alterna, invece è massimo il posizione di quadratura,

## Dimensionamento della Biella

Per la verifica consideriamo la biella come un corpo caricato di punta (Sollecitazioni, n. 27), mentre il piede della biella descrive traiettorie rettilinee, la testa compie traiettorie circolari e i punti intermedi del fusto, ellissi.

la biella in posizione di quadrature può essere assimilata ad una trave appoggiata agli estremi, e soggetta ad un carico triangolare variabile

pari a  $F_c = \rho l \omega^2 r$  ( $\rho l$ , massa lineica)

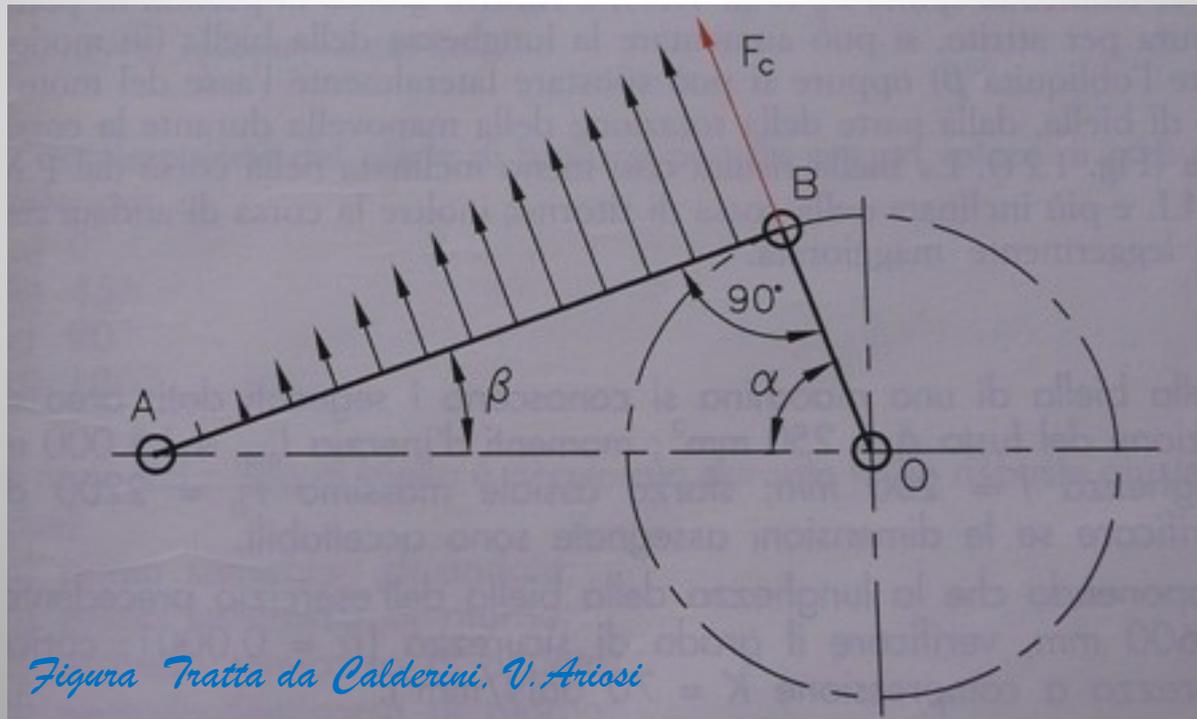


Figura Tratta da Calderini, V. Ariosi

Il calcolo procede con l'ausilio delle tabelle dei costruttori o mediante i manuali appositi e i supporti tecnici atti a ricavare empiricamente le grandezze caratteristiche di progetto.

La sollecitazione unitaria è quella composta, trazione/compressione + flessione (*Sollecitazioni, n. 25*),  $\sigma_{max} = \pm F/A + M_f/W_f$

La posizione di quadratura si ripete due volte a giro per cui le inerzie che si sovrappongono alla trazione/compressione inducono sollecitazioni di flessione, spesso maggiori di quelle assiali appena dette.

L'inversione degli effetti verso l'esterno e poi, bruscamente, verso l'interno origina il "Colpo di Frusta"

Per brevità si segnala direttamente il Momento Flettente

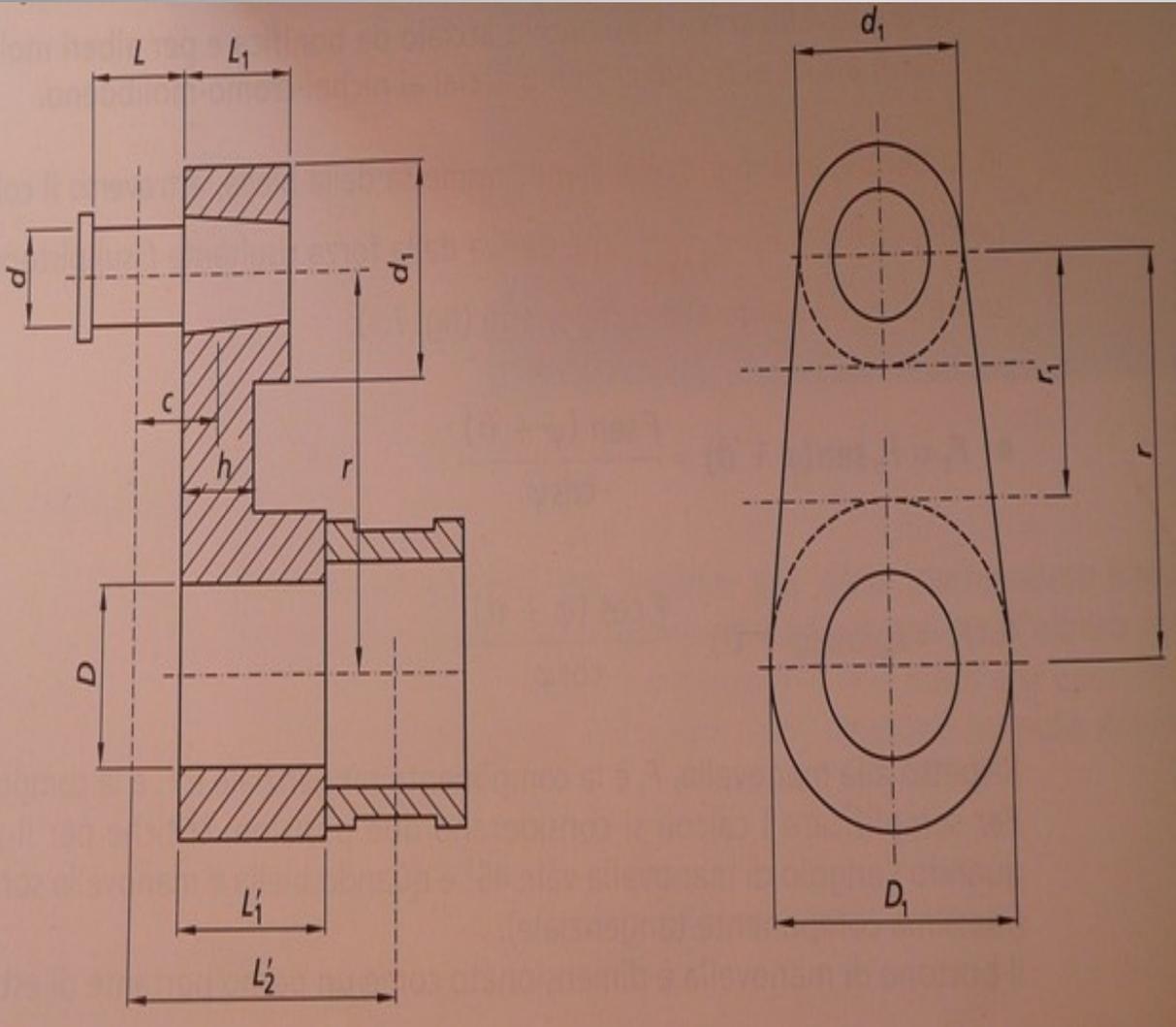
$$M_{max} = \sqrt{3/27} (m_b \omega^2 l r)$$

Le sezioni del fusto sono sollecitate a fatica e le sollecitazioni a flessioni sono maggiori di quelle a trazione causate dalle forze alterne d'inerzia.

*Per ridurre la spinta  $F_n$  (Esposizione, n. 9) con gli effetti conseguenti si  
aumenta la lunghezza della biella per ridurre l'obliquità  $\beta$ .  
Oppure si sposta lateralmente l'asse del moto dalla parte della rotazione  
della manovella durante la corsa di andata per farla risultare  
meno inclinata rispetto alla corsa di ritorno, ne deriva  
la maggiorazione della corsa di andata.*

## Dimensionamento della Manovella

*La manovella può essere di Estremità e Intermedia o a Gomito.*



*La manovella d'estremità in figura, ormai in disuso, è calettata a sbalzo sull'albero tramite il perno di banco che, insieme al perno di manovella (bottone), richiede un opportuno, dimensionato.*

*Quindi, bisogna conoscere le sollecitazioni meccaniche agenti.*

*Figura Tratta da Calderini, Ferrigno, Giordano*

## La manovella d'estremità

Come si è visto già nei perni (Esposizione n.5) il dimensionamento consiste nella verifica a pressione specifica, a lubrificazione e a riscaldamento. Inoltre, bisogna dimensionare i mozzi e verificare le sezioni maggiormente sollecitate, che sono quelle tangenti al mozzo del perno e dell'albero (in figura sono quelle a tratteggio,  $d_1$  e  $D_1$ ).

### Dimensionamento del Perno di Manovella (Bottone)

Per le macchine lente, cioè a regime di giri e accelerazioni basse, si trascura l'inerzia e il massimo sforzo è al PMS.

Per le macchine veloci, cioè a regime di giri e accelerazioni alte, l'inerzia è alta e non si può non tenerne conto.

$$\text{Quindi, } F = p_m A$$

(Sforzo max=pressione max per area dello stantuffo)

$$d = \sqrt[5]{(F L / \sigma_{\max} d)}, \text{ da cui } L/d = \sqrt[5]{[\sigma_{\max} / 5 p_s]},$$

le "[ ]" = tutto sotto radice.

## Dimensionamento del Perno di Banco dell'albero

Su di esso è calettata la manovella di estremità, è un perno intermedio portante sollecitato a flessione-torsione con taglio trascurabile.

Nella sezione dell'albero distante "L'2", il momento flettente totale è d'intensità pari a:  $M_{L'2} = \sqrt{[M_{f1}^2 + M_{f2}^2]}$  le "[ ]" = tutto sotto radice.

$M_{f1} = F_r L'2$ , Momento Flettente dell'albero in questo piano

$M_{f2} = F_t L'2$ , Nel piano perpendicolare (Esposizione n. 14)

Inoltre c'è il momento torcente  $M_t = F_t r$ .

Da cui il Momento Flettente Ideale (Esposizione n. 25)

$$M_{fid} = \sqrt{[M_{L'2}^2 + 0.75 M_t^2]}$$

Il dimensionamento dovrà essere eseguito in quadratura e per un angolo di manovella pari a  $45^\circ$  e nelle macchine dove la pressione del fluido è costante (pompe e compressori alternativi)

In questa posizione  $M_t = F_t r = F_b r = F r / \cos \alpha$   
e,  $M_{f1}$  è nullo perché  $F_r = 0$ , e  $M_{fid}$  diventa

$$M_{fid} = \sqrt{[(F_t L_2)^2 + 0.75 (F_t r)^2]}$$

Nelle macchine in cui la pressione del fluido è variabile (motori a combustione interna) e per angoli pari a  $45^\circ$

la spinta dei gas combusti si riduce a  $0.7 F$  perché la pressione diminuisce in virtù dell'espansione del gas e il braccio della forza si riduce

$$M_t = 0.7 F \cdot r \cos 45 = 0.5 F r$$

$F = p A$  e  $M_{f1} = 0.7 F L_2$  e, quello ideale  $M_{fid} = \sqrt{[M^2 L_2^2 + 0.75 M_t^2]}$

$$\text{Quindi, } D = \sqrt[3]{M_{fid} / 0.1 \sigma_{ams}}$$

### Verifica a Pressione Specifica

Si calcola adesso la lunghezza del perno "L'1" con la verifica a pressione Specifica, si ricava la reazione "R" del cuscinetto di banco e si determina la pressione che deve essere minore di quella ammissibile:

$$p = R / L_1 D < p_a$$

Infine si esegue la verifica a riscaldamento (Organi di Macchine, n. 6).

## Dimensionamento del Braccio di Manovella n.1

La prima verifica è alla sezione tangente al mozzo del perno di manovella di 1.

Si esegue al PMS dove è massima la spinta perché è massima la pressione del fluido:  $F = p_m A$  (concentrata sul perno, a sinistra di "c")

(Sforzo max = pressione max per area dello stantuffo)

Il momento flettente agente nella sezione rettangolare A-A (bxh) della manovella in quel punto è  $M_f = F \times c$

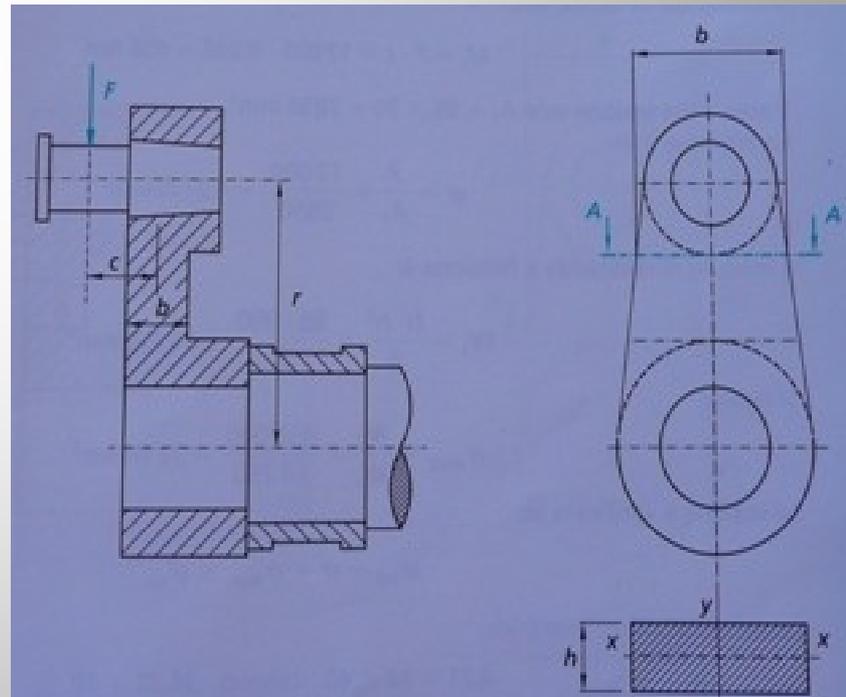
la sollecitazione a compressione è

$\sigma = F/A$ , a flessione è  $\sigma_{max} = M_f/W_x$ ,

Complessivamente:

$$\sigma_{tot} = \sigma + \sigma_{max} = F/bh + 6Fc/bh^2$$

Figura Tratta da Calderini, Ferrigno, Giordano



La seconda è quella al mozzo del perno dell'albero D1.

Dalle consuete  $F = \rho m A$  e  $F_b = F / \cos \beta$  (Esposizione, n. 15)

e considerando che la sezione B-B ( $b \times h$ ) è sottoposta a flessione e torsione e la verifica si esegue con momento motore massimo

(per macchine lente, pompe e compressori, in posizione di quadratura e per le veloci, motori a combustione interna, quando l'angolo di manovella è  $45^\circ$ ).

Verifica in posizione di quadratura:

$$F_r = 0 \text{ e } F_b = F / \cos \beta \quad (F_b = F_q)$$

Figura Tratta da Calderini, Ferrigno, Giordano

La sezione B-B è sottoposta  
al  $M_f = F_q m$

Nei punti più sollecitati posti agli  
estremi:  $\sigma_{x-x} = M_f / W_f = 6 F_q m / h b^2$   
e al  $M_t = F_q c$  da cui  $\tau_{x-x} = F_q c / h^2 b$

Complessivamente:

$$\sigma_{id} = \sqrt{[\sigma_{x-x}^2 + 3\tau_{x-x}^2]} \leq \sigma_{ams}$$

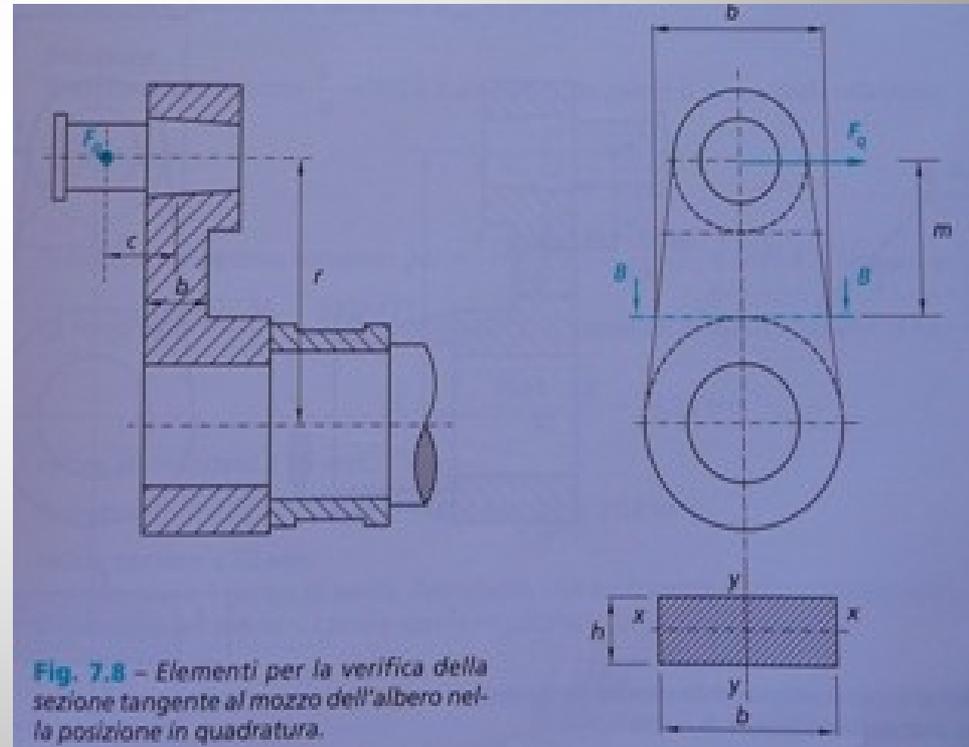
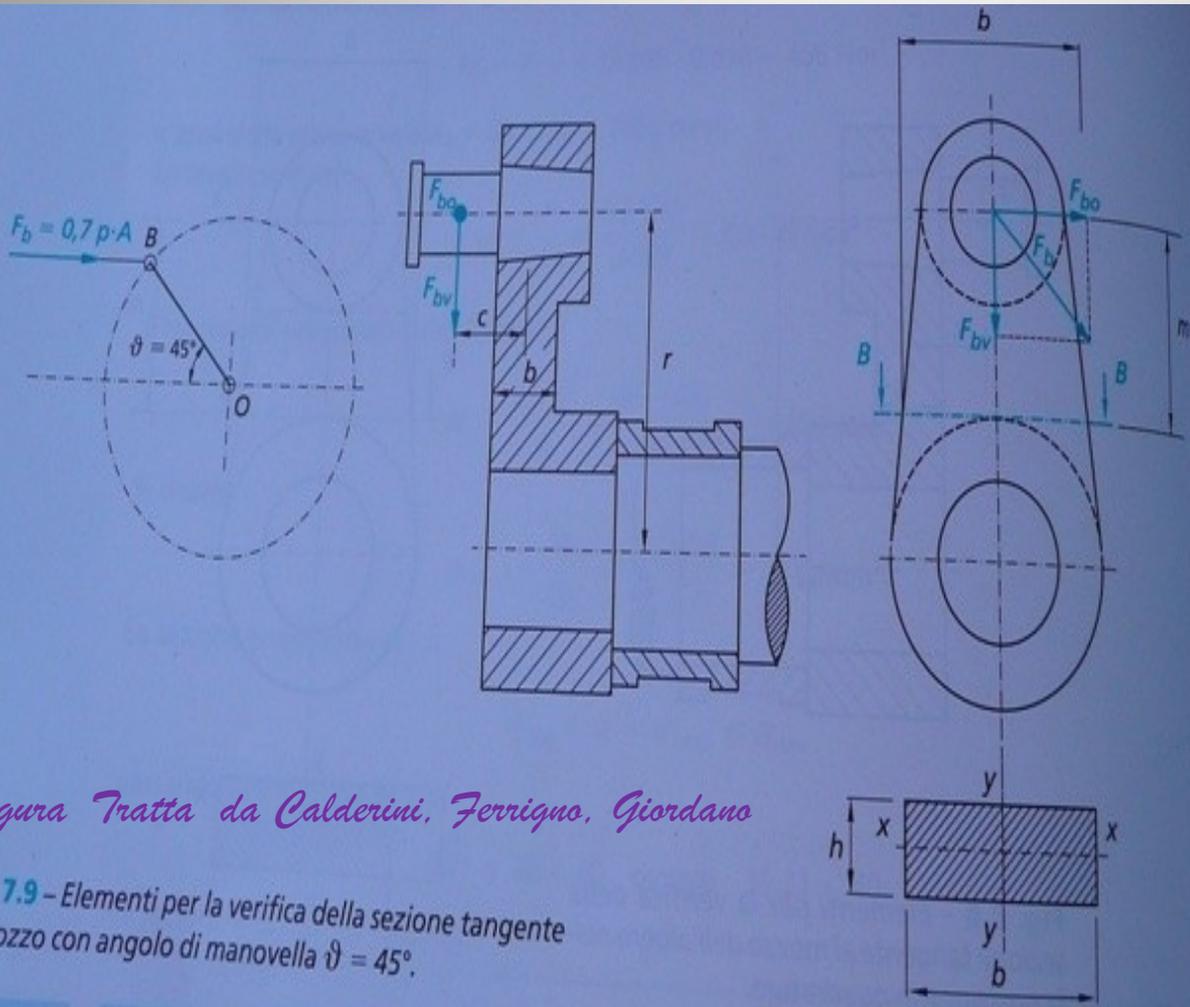


Fig. 7.8 - Elementi per la verifica della sezione tangente al mozzo dell'albero nella posizione in quadratura.

## Verifica per angolo manovella "α" a 45°

La spinta è ridotta e vale:  $F_b = 0.7 p \cdot A$ , che si scompone come in figura e vale:  $F_{bo} = F_{bv} = 0.7 p \cdot A \sin 45 = 0.5 p \cdot A$



La sez. B-B è sottoposta a momento flettente dalla

$F_{bo}$ , pari a

$$M_{fo} = 0.5 p A m$$

e al momento torcente

$$M_{to} = 0.5 p A c$$

La sez. A-A, vista precedentemente, è soggetta anche alla  $F_{bv}$ , che genera il

$$M_{fo} = F_{bv} C$$

Lo sforzo assiale

Figura tratta da Calderini, Ferrigno, Giordano

Fig. 7.9 - Elementi per la verifica della sezione tangente al mozzo con angolo di manovella  $\vartheta = 45^\circ$ .

di compressione di solito non viene preso in considerazione.

Resta da verificare se i punti estremi delle sezioni rettangolari lungo gli assi  $x-x$  e  $y-y$  soddisfano le condizioni di sicurezza:

$$\sigma_{id} = \sqrt{[\sigma^2 + 3\tau^2]} \leq \sigma_{ams}$$

Quindi per l'asse  $X-X$ , si ha:  $\sigma = 6F b_0 m / b^2 h \leq \sigma_{ams}$  e  $\tau = K f b_0 C / b^2 h$

e. per l'asse  $Y-Y$ , si ha:  $\sigma = 6F b_0 c / h^2 b \leq \sigma_{ams}$  e  $\tau = K f b_0 C / b h^2$

$K$  è un coefficiente tabellato in funzione di  $b/h$

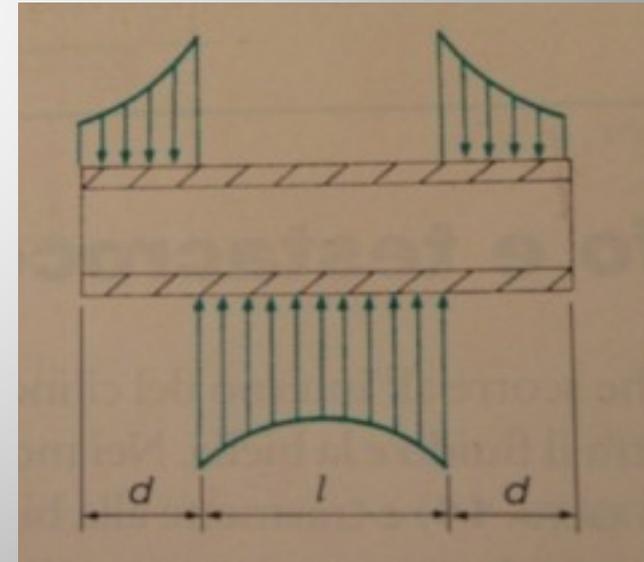
**Il perno di collegamento tra pistone e biella è lo Spinotto**

Lo spinotto è sollecitato a fatica e risente delle forze d'inerzia che tendono a strappare lo stantuffo dalla biella.

Le pressioni sono distribuite come in figura e la resistenza è verificata a taglio e a flessione.

Le dilatazioni non possono superare il gioco esistente a freddo

*Tratto da Zanichelli, Cagliero*



## Manovella Intermedia a Gomito

La figura seguente anche se non è molto rappresentativa di una manovella intermedia, è però, utile come schema semplificato per il calcolo di alberi di motori poli-cilindrici endotermici, con manovellismo posizionato alla massima componente tangenziale:

$F = 0.5 F_{max}$  sul Perno di Manovella

All'albero è calettato un Volano che apporta il proprio carico "2", la forza "F<sub>0</sub>" potrebbe essere la spinta di un ingranaggio o il tiro di una cinghia che qualsiasi direzione.

Ci sono anche le reazioni, per determinarle si applicano i principi della statica (Statica, n. 17).

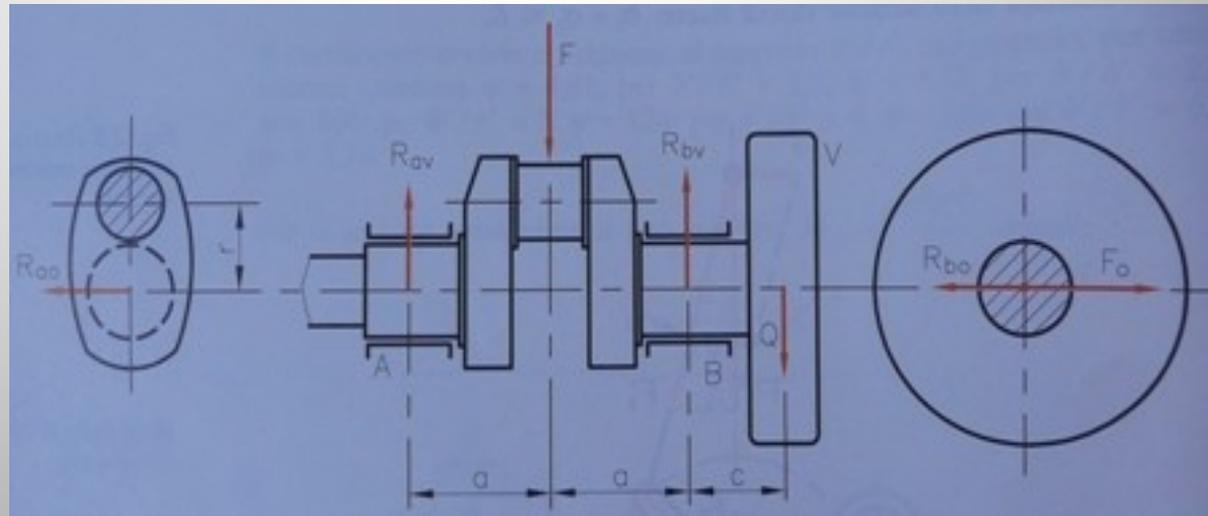


Figura  
Tratta  
da  
Calderini  
V. Ariosi

## Alberi a Gomito a più Supporti

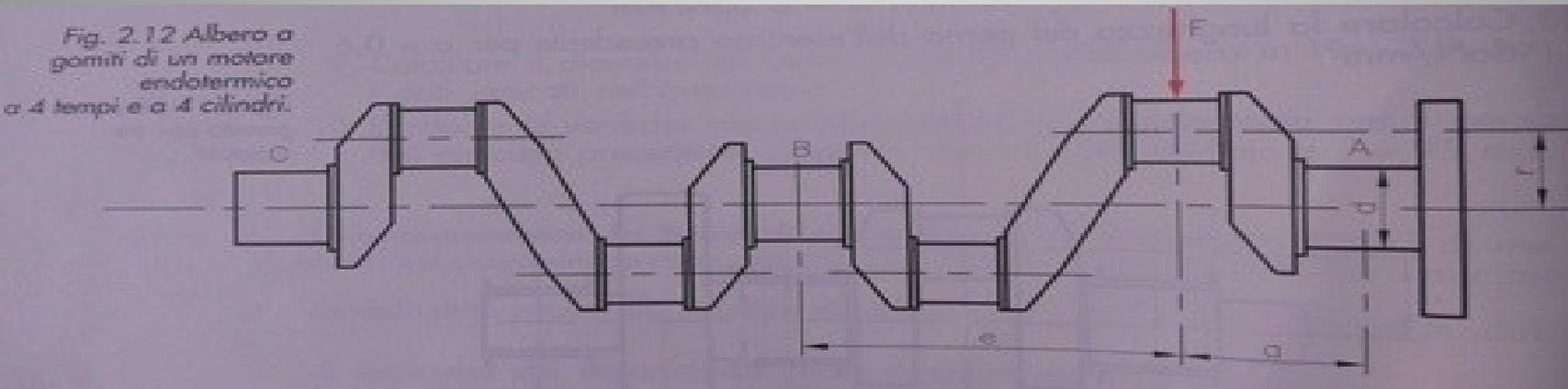


Figura  
Tratta  
da  
Calderini  
V. Ariosi

In questo caso si hanno due manovelle (due gomiti) tra i supporti C-B e B-A. ovviamente, la massima sollecitazione è nella manovella vicino al volano.

Il terzo supporto B consente di calcolare separatamente le travi CB e BA.

Il momento flettente in B è nullo, il diametro si calcola in base al solo momento torcente e per manovelle che trasmettono potenze diverse si calcolano quelle più sollecitate e i diametri calcolati vengono uniformati preferendo quelli di maggior dimensione.

Il calcolo consiste nel replicare quanto già imparato per le manovelle.

## *Equilibratura degli Alberi a Gomito*

*La forza tangenziale, si sa, è variabile.*

*Il moto rotatorio degli alberi a gomito, si è già detto, non è uniforme.*

*Le forze e le coppie motrici sono variabili.*

*Tutto questo genera vibrazioni che sollecitano gli organi interessati fino alla rottura e, se non altro, riducono la potenza e il rendimento del motore, per tanto, diventa di primaria importanza equilibrare sia le masse rotanti che quelle alterne.*

*L'equilibrio statico si ha quando il baricentro delle forze centrifughe è sull'asse di rotazione, cioè quando le forze centrifughe si contrappongono alle masse rotanti.*

$$F_c = m v^2 / r = m r \omega^2$$

*per cui basta equilibrare il momento statico  $mr$  con un'altra massa  $m_1$  con baricentro a distanza  $r_1$  tale che  $mr = m_1 r_1$ .*

*L'equilibrio dinamico è assicurato per un albero a un solo gomito perché è già equilibrato staticamente, così come per gli alberi a quattro gomiti (figure precedenti).*

*Ma anche gli alberi a sei cilindri, le cui manovelle sono sfalsate di  $120^\circ$ , sono equilibrati dinamicamente e staticamente anche perché sono in equilibrio le forze alterne del primo ordine, quelle del secondo ordine non sono equilibrate però sono affettivamente trascurabili.*

*Comunque, per ripristinare l'equilibrio dinamico si aggiungono due masse che generino forze contrapposte in grado di determinare coppie uguali e contrarie al momento centrifugo, le vibrazioni sono maggiori se più intensa è la velocità angolare.*

## Il Volano

Per regolarizzare il moto rotatorio dell'albero di queste macchine alternative occorre un organo rotante di massa appropriata.

Questo è il volano che ha la funzione di accumulare energia e poi di restituirla.

Mentre, il momento resistente rimane costante, il momento motore varia periodicamente, nell'intervallo di tempo in cui si compie il ciclo, da un massimo a un minimo, così come la velocità angolare.

Nel brevissimo momento in cui il momento motore supera quello resistente la relazione seguente è fondamentale.

$$M_m - M_r = J \varepsilon$$

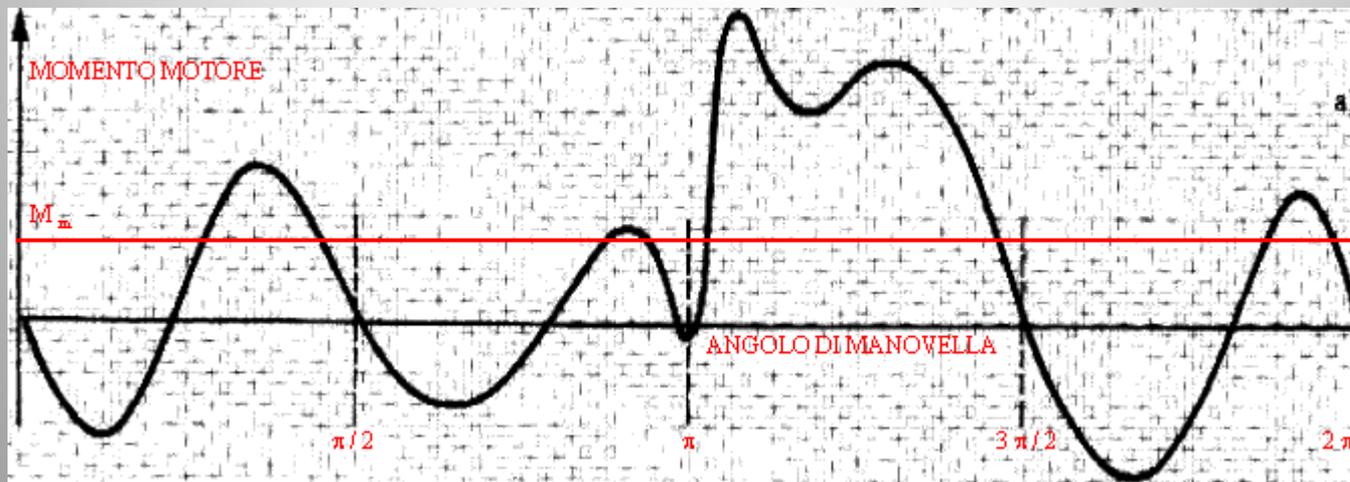
con  $J$ , momento d'inerzia di massa e  $\varepsilon$ , accelerazione angolare

(Cinematica, n.12 e Dinamica, n.13).

Si deduce, quindi, che maggiore è il momento d'inerzia di massa, minore è l'accelerazione angolare e se il momento resistente è più grande del momento motore si ha una decelerazione tanto più sentita quanto più piccolo è il momento d'inerzia.

Il volano ha la facoltà di pareggiare, uniformare e, quindi, di equilibrare il moto rotatorio e quando l'angolo di manovella è nella fase di espansione ( $\pi - 3/2\pi$ ), cioè quando il lavoro eccedente è massimo, si ha il **Massimo Lavoro di Fluttuazione**:

$$L_f = \frac{1}{2} J \omega^2_{max} - \frac{1}{2} J \omega^2_{min} = \frac{1}{2} J (\omega^2_{max} - \omega^2_{min})$$



(figura elaborata da C. Pidatella M. Poggi Meccanica applicata Zanichelli 1977)

Quando  $\omega_{max} > \omega_{min}$ ,  $L_f$  è positivo, si somministra energia all'albero motore, se  $\omega_{max} < \omega_{min}$ ,  $L_f$  è negativo, si restituisce energia.

Il volano, ha una massa preponderante sugli altri organi, quindi assorbe il lavoro motore in eccesso, rispetto a quello resistente, sotto forma di energia cinetica, senza incrementi di velocità angolare incompatibili con la destinazione del sistema.

Il rapporto tra la variazione di velocità angolare e la velocità angolare media è il Grado d'Irregolarità del Periodo:

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{medio}}$$

Esso è tabellato e  $\omega_{medio} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$

*Praticando le opportune sostituzioni al lavoro di fluttuazione massimo:*

$\mathcal{L}_f = J \delta \omega^2_{med}$  da cui segue,

*il momento d'inerzia di massa del volano:*

$$J = \mathcal{L}_f / \delta \omega^2_{med}$$

*Ma, il diagramma del momento motore, da cui si ricava  $\mathcal{L}_f$ , è legato alle caratteristiche termodinamiche e costruttive del motore, che in questa fase di progettazione sono solo presumibili.*

*Si ricorre, quindi, al metodo dello studio statistico del diagramma che è approssimato ma più affidabile.*

Il lavoro motore medio per giro (compiuto in un periodo) si esprime come

$$L_{mq} = M_{med} 2\pi = 60P/n$$

$P$  (potenza) =  $M_{med} \omega_{med} = M_{med} 2\pi n/60$  e  $n$  è la frequenza di rotazione

Si ponga il Coefficiente di Fluttuazione,  $\varphi = L_f/L_{mq}$  e si ha:

$$L_f = \varphi L_{mq} = M_{med} 2\pi = \varphi 60P/n$$

e, riprendendo  $J = L_f / \delta \omega_{med}^2$  e inserendo quanto dedotto, si ha:

$$J = \varphi P 60^3 / 4\pi^2 \delta n^2$$

Momento d'inerzia di massa del volano nella forma più calcolabile,

con " $\varphi$ " e " $\delta$ " tabellati, quindi, soggetto solo alle grandezza

" $P$ " e a " $n$ " conosciute.

## Dimensionamento del Volano e verifica alla Forza Centrifuga

Il calcolo della massa del volano si può eseguire empiricamente, con il coefficiente di fluttuazione o con il diagramma del momento motore.

### Calcolo con il Coefficiente di Fluttuazione

Nei volani a disco si considera la sola massa della corona senza considerare quella della flangia:

$$J_D = m D_e^2 + D_i^2 / 8$$

Nei volani a razze, si considera la corona circolare (diametro medio) senza le razze e il mozzo:

$$J_R = m D_m^2 / 4$$

Eguagliando queste ultime formule ( $J_D$  o  $J_R$ ) con  $J$  già trovato

si ha, per il volano a razze:  $m = 4L_f / \delta \omega^2_{med} D_m^2$

*La velocità periferica in corrispondenza della circonferenza media*

$$U_m = \omega_{med} r_m \text{ per cui } m = \frac{L f}{\delta} U_m$$

*Nella formula precedente si noti che al denominatore c'è  $D_m$  per cui aumentandolo si riduce la massa del volano, ma nel contempo, aumenta la velocità periferica e, quindi, la forza centrifuga ma, aumentano, anche le tensioni indotte nella corona che costringe all'utilizzo di materiali più resistenti e pregiati.*

*Inoltre, bisogna dire, che se è vero che una massa notevole del volano contribuisce meglio all'uniformità del moto rotatorio, di contro, si ha una maggiore inerzia e una minore elasticità del motore comunemente detta "ripresa".*

*Sul Volano agisce la Forza Centrifuga,*

*sollecitazione che tende a dividere a metà la fascia interessata.*

*Nel volano razze è il diametro medio "Dm" della corona circolare  
e in quello a disco è la sezione anulare "De - Di"*

$$F_c = m/2 (\omega^2 y_G) \quad (\text{con } y_G = 2R_m/\pi \text{ riferito a mezza corona})$$

*sostituendo:  $F_c = m \omega^2 R_m/\pi$  e con  $m = A 2\pi R_m \rho$*

*A = Area Corona,  $R_m$  = Raggio Medio,  $\rho$  = Massa Volumica*

$$F_c = 2 A \rho \omega^2 R_m^2 \quad \text{e, con velocità periferica } v_m = \omega R_m$$

*La tensione di trazione a cui sono soggette le sezioni resistenti  
di collegamento delle due metà anulari è:*

$$\sigma = F_c / 2A = \rho v_m^2 \leq \sigma_{ams} \quad \text{da cui segue: } v_m = \sqrt{\sigma_{ams} / \rho}$$

*In fase di progettazione, conoscendo la velocità angolare e periferica,*

$$\text{si ha: } R_m = v_m / \omega \quad \text{e} \quad A = m / 2\pi R_m \rho$$