

*Prof. Angelo Serafino Caruso, Docente di Meccanica, Macchine ed Energia
Istituto Tecnico Industriale "E. Majorana" - Rossano (CS)*

Le mie lezioni: La Dinamica (3/3[^])

*La Dinamica, Leggi Fondamentali
Principio di D'Alembert e
Equazione dell'Equilibrio Dinamico
Impulso e Quantità di Moto
Forza Centripeta e Centrifuga*

Energia come Capacità di Svolgere Lavoro

La Potenza come Lavoro svolto nell'unità di Tempo

L'Energia Meccanica è Potenziale e Cinetica

La $F=ma$ applicata ai Corpi Rigidi in Rotazione

Principio della Conservazione dell'Energia

Resistenze per attrito e del mezzo

Il Rendimento Meccanico

La Dinamica, Leggi Fondamentali

Isaac Newton, già nel 1687 con i suoi "Principi Matematici della Filosofia Naturale" decretò la nascita della fisica moderna con l'enunciato delle tre leggi fondamentali della dinamica.

Egli mette il moto dei corpi in relazione alle forze che lo determinano.

La legge d'inerzia, di proporzionalità e di uguaglianza sono le fondamentazioni che sorreggono anche la Relatività di Einstein.

La Prima (attrib. a L. Da Vinci): Ogni corpo tende a mantenere il suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, finché una causa esterna ne modifica tale stato.

La Seconda (di G. Galilei): La variazione di moto di un corpo è proporzionale all'intensità della forza esterna applicata nella stessa direzione.

Terza legge (di I. Newton): Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria.

Ossewazioni alla Prima Legge d'inerzia

1 - L'inerzia è la tendenza di un corpo a restare fermo ma anche di muoversi in rettilineo finché un'azione esterna non ne modifichi lo stato.

2 - La Prima legge non indica il legame tra le forze applicate e la variazione di velocità prodotta che è nella seconda legge di proporzionalità.

Ossewazioni alla Seconda legge di proporzionalità

3 - La massa è una caratteristica del corpo ed è costante, esprime la quantità di materia del corpo ed è tanto più grande quanto maggiore sono le dimensioni e la densità del corpo stesso = m/v (massa/volume $[kg/m^3]$).

Essa è $m=F/a$ $[kg]$, nel caso di un grave soggetto alla gravità, la "a" si sostituirà alla "g" (accelerazione di gravità, cinematica, n. 7).

4 - L'equazione fondamentale è la $F = ma$ $[N \text{ (Newton)} = kg \times m/s^2]$, per $F=0$ (per cui anche "a" sarà nulla) si ritorna al 1° Principio il corpo resta fermo o si muove con $v=cost.$

Ossewazioni alla Terza legge di Azione e Reazione o di Uguaglianza

5 - In statica, studiando i corpi in quiete soggetti delle reazioni vincolari e alle forze equilibranti, si è introdotta tale legge per cui basta estenderla anche alla dinamica dei corpi in movimento.

Le azioni e le reazioni agiscono su corpi differenti altrimenti sarebbero nulle.

Un nuotatore avanza poiché spinge indietro, con le mani e i piedi ma anche con il corpo, la massa l'acqua in cui è immerso.

Infatti, se "nuoterebbe" sulla spiaggia non avanzerebbe perché la bassissima densità dell'aria non gli consentirebbe il sostegno reattivo.

Newton, scrisse nel suo trattato, che "qualsiasi oggetto che spinga o attiri un altro oggetto verrà respinto o attirato in equal misura".

Il altre parole, quando una mela cade a terra, la terra (il pianeta terra) sarà attratta verso la mela. E' incredibile ma vero: La massa della terra è talmente grande rispetto alla mela che l'effetto non è minimamente percepibile.

Principio di D'Alembert e l'Equazione dell'Equilibrio Dinamico

La seconda legge è stata scritta da D'Alembert (1743) nel modo seguente:

$$\sum F - ma = 0$$

in essa il vettore " $-ma = F_i$ " e rappresenta una forza fittizia detta Forza d'Inerzia contraria, per cui si oppone al moto.

La sommatoria " $\sum F$ " comprende i vettori di tutte le forze esterne che agiscono sul corpo

(motrice, resistente, d'attrito ecc.), per cui se la forza motrice, che deve sempre equilibrare le forze resistenti e quella d'inerzia, è nulla, il corpo sarà soggetto alla forza resistente e a quella d'inerzia:

$$F_r - ma = 0 \quad \text{o} \quad F_r - F_i = 0$$

La forza d'inerzia si oppone a quella resistente, quindi, al rallentamento del corpo.

Impulso e Quantità di Moto

Se si vuole esprimere l'equazione di proporzionalità " $F = ma$ " in un certo tempo, che rappresenta la durata dell'azione, basta moltiplicare il primo e il secondo membro per lo stesso tempo di applicazione " t " per ottenere $Fxt = maxt$ ma, nel moto rettilineo uniformemente accelerato, la velocità è " $v = at$ " (Torricelli cinematica, n. 6)

$$\text{per cui: } Fxt = m \times v \text{ [Ns]}$$

Il primo termine è l'impulso della forza
e il secondo è la quantità di moto

a) L'impulso impresso ad un corpo è uguale alla variazione della quantità di moto in un corpo già in moto, con una data velocità iniziale,

$$F_x t = m \times v - m \times v_0 = m(v - v_0)$$

b) A parità d'impulso deve corrispondere la stessa quantità di moto, infatti, se su due corpi di massa differente agisse una stessa forza per lo stesso tempo, le quantità di moto sarebbero uguali ma non le velocità che sarebbero diverse,

$$F \times t = m_1 \times v_1 = m_2 \times v_2$$

c) La velocità dei due corpi è dunque inversamente proporzionale alle loro masse:

$$v_1 / v_2 = m_2 / m_1$$

d) La quantità di moto non si conserva.

Forza Centripeta

(cinematica, n. 11).

La seconda legge della dinamica o di proporzionalità applicata ad un punto materiale che si muove su una traiettoria circolare (ma è lo stesso per i corpi rigidi in cui si considera la massa concentrata nel baricentro in moto), è uguale:

$$F_{cp} = m \times a_{cp} = m(\omega^2 r)$$

Con verso e direzione = a quelli dell' accelerazione centripeta.

Forza Centrifuga

Un corpo soggetto alla sola forza centripeta cadrebbe al centro senza percorrere la circonferenza, quindi, necessita l' applicazione di una forza uguale e contrari che lo bilanci.

Per la terza legge della dinamica o dell' uguaglianza interviene la forza di reazione che prende il nome di Forza Centrifuga "F_{cf}"

uguale in modulo ma opposta nel verso e agente lungo la stessa direzione radiale: $F_{cf} = -F_{cp}$

Essa si può esprimere (*cinematica, n. 9*) con la velocità periferica $V = \omega r$, con $\omega = 2\pi n / 60$, che è tangente alla circonferenza e non influisce sulla

$$F_{cf} = mV^2/r = mr(2\pi n/60)^2$$

Nel caso di un'atleta che lancia il martello, il punto di applicazione della forza centripeta è nelle sue mani che lo trattiene per la fune, mentre quello della forza centrifuga coincide con il martello.

Si precisa che le forze pur avendo punto di applicazione diverso, sono sulla stessa retta d'azione. Ciò non è trascurabile perché altrimenti, le forze creerebbero una coppia ribaltante, come avviene su un'auto in curva: La forza centrifuga è applicata al baricentro della vettura, mentre la centripeta è applicata tra l'asfalto e la ruota.

Più è bassa questa distanza meglio è la stabilità.

Energia come Capacità di Sviluppare Lavoro

Una forza che si sposta il proprio punto di applicazione lungo la sua retta d'azione compie un lavoro, dato dalla forza per lo spostamento:

$$L = F \times S \quad [N \cdot m = J \text{ (joule)}]$$

Se invece si sostiene un grave, senza spostarlo, si ha uno sforzo.

Il lavoro è motore (positivo) quando forza e spostamento hanno lo stesso verso e direzione, altrimenti è resistente (negativo).

Nel caso in cui la direzione della forza non coincide con quella dello spostamento, il lavoro è positivo (motore) per $0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$,

negativo (resistente) per $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$ e nullo per $\alpha = 0$

Il lavoro prodotto da un grave, soggetto solo del suo peso, non dipende dalla traiettoria eseguita ma dal peso per lo spostamento verticale.

La Potenza come Lavoro svolto nell'unità di Tempo

La potenza è il rapporto tra il lavoro compiuto e il tempo impiegato a compierlo.

$$P = L/t = F \times S/t = F \times V \text{ [j/s=W (Watt)] (con } S/t=V)$$

e, nel moto rotatorio, considerato che $L=M \vartheta$ (Cinematica, n. 9)

$$P = M \times \vartheta/t = M \times \omega = F \times 2\pi r n/60 = Fr \times 2\pi n/60 = M \times 2\pi n/60 = Mn/9.548$$

per esplicitare il momento $M = 9.549 \times P/n$ [Nm]

(Meccanismi, n. 9)

Un corpo soggetto a forze esterne, pur non compiendo lavoro, possiede energia: Il lavoro misura l'energia posseduta dal corpo e, ancora meglio, l'energia è l'attitudine del corpo a compiere lavoro.

L'energia si manifesta in natura sotto forme diverse e si trasforma da una forma all'altra con processi naturali o artificiali.

Per esempio, l'energia solare si trasforma in carboidrati con la fotosintesi clorofilliana, l'energia idraulica in meccanica e poi in elettrica e, questa, si riconverte di nuovo in energia meccanica.

L'Energia Meccanica è Potenziale e Cinetica

L'energia potenziale sarà di posizione, elastica e di pressione essa si manifesta quando viene rilasciata la forza e compie lavoro

$$E_p = m \times g \times h \text{ oppure } F \times S \text{ oppure } (p \times A) \times S \quad (p = \text{pressione, } A = \text{area})$$

L'energia cinetica (Teorema delle forze vive) è l'energia di un corpo in movimento. dalla seconda legge, $F = m \times a$ cioè una forza imprime ad un corpo, con una certa massa, un moto uniformemente accelerato $S = \frac{1}{2}at^2$

$$\text{per cui } L = F \times S = m \times \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}m(at)^2 = \frac{1}{2}mV^2 = E_c [j]$$

per un punto con $V_i \neq 0$: $\frac{1}{2}m(V_f^2 - V_i^2)$, il lavoro sviluppato da una forza costante è uguale alla variazione di E_c nel punto.

La $F=ma$ applicata ai Corpi Rigidi in Rotazione intorno ad un asse fisso

$F=ma_t$ (a_t accelerazione tangenziale originata dalla velocità periferica)

Moltiplichiamo entrambi i membri per r (distanza dall'asse di rotazione)

$$F r = m r a_t \text{ e per } a_t = \varepsilon r$$

(in cui ε è l'accelerazione angolare dovuta alle variazioni della velocità angolare ω)

$$\text{si ricava } F r = m r^2 \varepsilon$$

e ponendo $J = m r^2$ (momento d'inerzia assiale di massa) si ha

$$M = J \varepsilon \text{ da cui segue } M - J \varepsilon = 0 \text{ (D'Alembert)}$$

a) Teorema della quantità di moto: $M_{xt} = J \varepsilon t$

b) Teorema delle forze vive o dell'energia cinetica: $L = \frac{1}{2} J \omega = \varepsilon c$

Principio della Conservazione dell' Energia

Lavoisier (XVIII secolo) nel suo "Trattato Elementare di Chimica" esplicitò in chimica la legge di conservazione della massa:

"Nulla si crea e nulla si distrugge ma tutto si trasforma"

(già nel V sec. a. C. in Grecia, Anassagora ne formulò una simile)

L'energia, quindi, né si crea e né si distrugge ma si trasforma da una forma ad un'altra, in altre parole, la quantità di energia ottenuta è esattamente uguale alla quantità consumata:

$$E_p + E_c = \text{Costante}$$

Quanto asserito sembra in contrasto con la realtà se non si tiene conto dei fenomeni dissipativi, quale l'aria e l'anelasticità che, a sua volta, si dissipa in energia termica che effettivamente constatiamo. Negli urti perfettamente elastici valgono sia il principio di conservazione dell'energia [$\frac{1}{2}(m_1v_1 + m_2v_2)$] che della quantità di moto [$m_1v_1 + m_2v_2$].

Mayer, Joule e Helmholtz, nel 1840, enunciarono separatamente, tale Principio e Lord Kelvin ne fece il Primo Principio della Termodinamica.

Resistenze per Attrito e del Mezzo (cenni)

Il primo principio d'inerzia non tiene conto né dell'attrito e né della resistenze del mezzo anche se nella realtà non è possibile non tenerne conto.

L'attrito può essere:

Attrito Radente o di Strisciamento

è direttamente proporzionale alla forza "P" premente, che tiene a contatto i corpi, normalmente al piano d'appoggio.

Dipende dalla natura e dalla rugosità delle superfici a contatto è indipendente dall'estensione delle superfici e dalla velocità del corpo.

Interponendo tra i corpi a contatto del lubrificante l'attrito diminuisce, ma non si annulla perché anche il lubrificante ha il proprio attrito.

La Resistenza d'Attrito Radente è proporzionale a P secondo il coefficiente d'attrito " $f < 1$ " : $R_{ar} = f P$

Attrito Volvente o di Rotolamento

È direttamente proporzionale alla forza "P" premente normale al piano d'appoggio, secondo un coefficiente d'attrito " $b < 1$ " che varia con la natura, le condizioni e lo stato delle superfici a contatto è inversamente proporzionale al raggio "r" del corpo rotante,

Quindi, la Resistenza d'Attrito Volvente

$$R_{av} = b P / r$$

essendo inversamente proporzionale al raggio "r" del corpo rotolante sulla superficie di contatto diminuisce tanto quanto più lungo è il raggio.

Con ciò si asserisce che a parità di condizioni la R_{av} è molto minore della Resistenza d'Attrito Radente che verrà abbassata dall'azione dei lubrificanti.

Resistenze del Mezzo

La resistenza all'avanzamento di un corpo, in una massa liquida o gassosa, dipende dalla massa volumica del fluido, dalla velocità relativa fra corpo e fluido, dalla forma del corpo, dalla levigatezza superficiale e dalla forma della sezione d'impatto.

La Resistenza di Scia

Le linee di corrente, che sono le traiettorie delle singole particelle del fluido, sono parallele tra loro, oltre il profilo del corpo cambiano direzione staccandosi dal contorno e formando, a valle, una scia di vortici che dissipa la propria energia in calore.

Ciò provoca l'aumento della velocità del fluido e, contemporaneamente, la diminuzione della pressione la cui differenza tra monte e valle genera una spinta contro, che non favorisce l'avanzamento del corpo a causa della formazione di vortici. Tale spinta è la resistenza di scia o di forma. Più il corpo è affusolato più il distacco delle linee sarà molto indietro.

Il Rendimento Meccanico

Le forze agenti su di un meccanismo in movimento sono:

Il lavoro motore " L_m ": è il lavoro prodotto dalle forze motrici;

Il lavoro utile " L_u ": è il lavoro che sviluppano le forze resistenti utili (sollevare, muovere ecc.), è lo scopo per cui viene realizzata la macchina;

Lavoro perduto " L_p ": è il lavoro speso per vincere gli effetti delle forze resistenti passive, quali l'attrito che si degrada in calore.

Ovviamente l'efficienza e la funzionalità di un meccanismo è tanto migliore quanto è minore il lavoro perduto.

$$L_m = L_u + L_p$$

Il rapporto tra il lavoro utile e quello motore è detto rendimento " μ "

$$\eta = L_u / L_m = L_u / (L_u + L_p) \leq 1$$

Maggiore è il lavoro utile, minore è il Rendimento,

quindi per aumentare il Rendimento occorre diminuire le Resistenze d'Attrito.

Siccome lavoro e potenza sono proporzionali, deriva:

$$\eta = P_u/P_m = P_u/P_u + P_p \leq 1$$

Ma il rendimento si può esprimere anche come

$$\eta = F_{mi}/F_{me}$$

Rapporto tra Forza motrice ideale ed effettiva

$$\text{Oppure come } \eta = R_e/R_i$$

Rapporto tra la Resistenza effettiva e ideale

Il rendimento di una macchina composta è uguale al prodotto dei rendimenti delle coppie cinematiche componenti (Meccanismi, n. 6)

Esso è tanto minore quanto maggiore è il numero delle coppie cinematiche

$$\eta_t = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_n$$